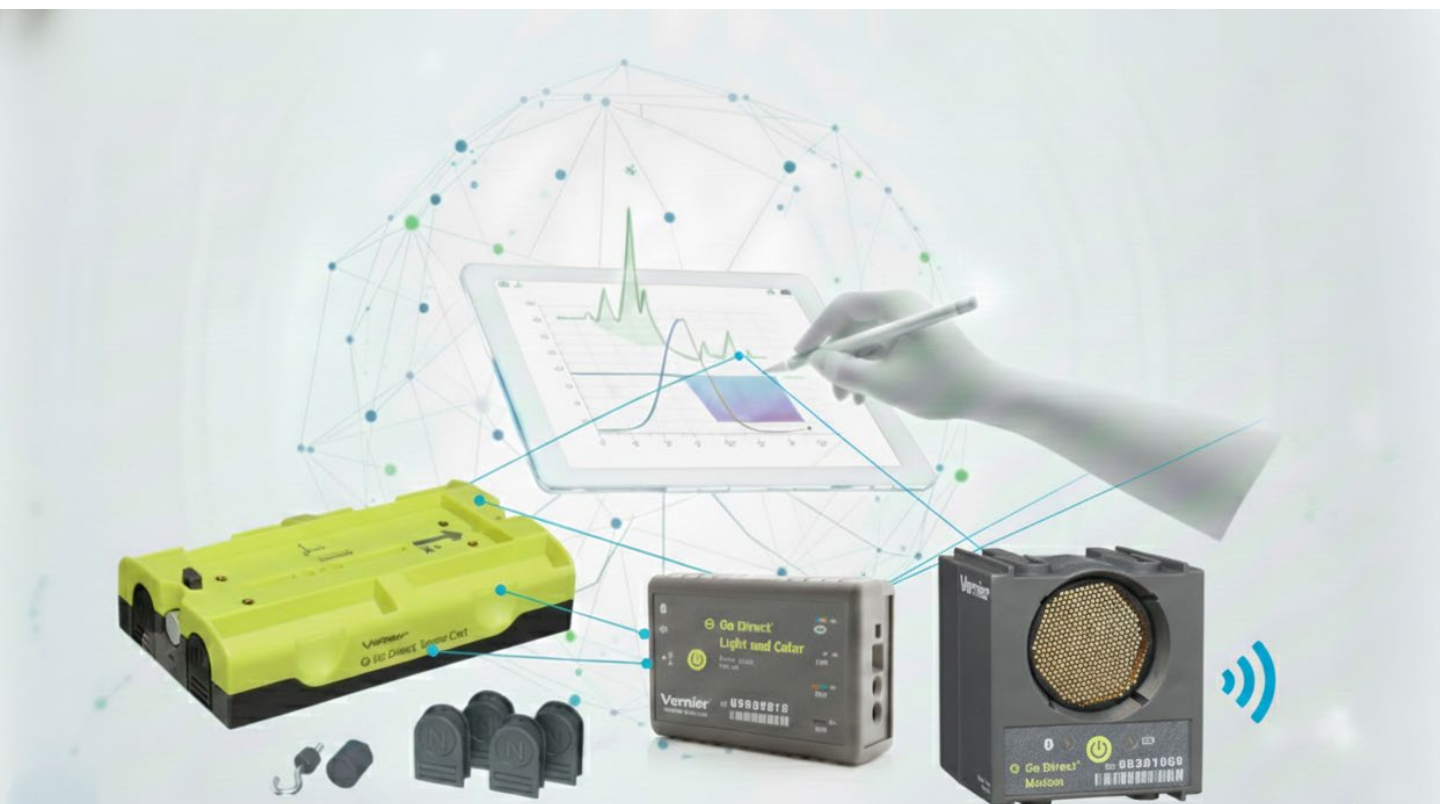


STEAM

GoDirect × 数学



【光源からの距離と明るさの関係】

使用するセンサ:

E31-8200-05 ワイヤレスモーション(距離)センサ GDX-MD

E31-8200-15 ワイヤレス光/色センサ GDX-LC



<実験について>

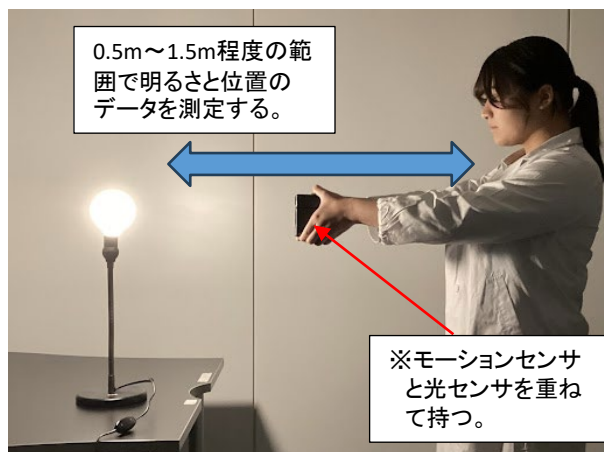
光源の明るさと距離の関係をセンサを使用してグラフにし、回帰曲線を求めよう。

<実験内容>

① 下記の写真のように、光センサの受光部とモーションセンサの正面を光源に向ける。光源とセンサを約0.5mから約1.5mの距離でゆっくりと離していき、明るさとその時の位置のデータを取得する。この時光センサの受光部とモーションセンサの正面が常に光源に向いているように注意する。

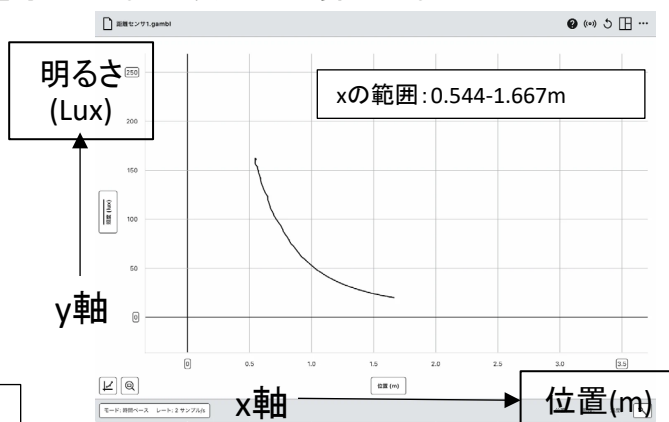
② できあがったグラフから回帰曲線を求める。次項の<計算>へ。

～実験の様子～



0.5m～1.5m程度の範囲で明るさと位置のデータを測定する。

※モーションセンサと光センサを重ねて持つ。



【センサ測定条件】

レート: 2サンプル/秒 収集終了: 手動

<計算>

x	y	X
位置(m)	明るさ(Lux)	
0.555	161.3	3.246
0.605	133.5	2.732
0.704	102.2	2.018
0.804	81.7	1.547
0.901	64.6	1.232
1.001	52.5	0.998
1.102	43.4	0.823
1.203	36.4	0.691
1.301	31.4	0.591
1.401	27.2	0.509
1.501	23.9	0.444
1.603	21.3	0.389

グラフより、求めたい曲線を $y = \frac{a}{x^2} + b$ とする。

ここで、 $X = \frac{1}{x^2}$ とすると、 $y = aX + b$

回帰直線を $y = aX + b$ とするとき、最小二乗法を適用する。

$$\sum X = 3.246 + 2.732 + \dots + 0.389 = 15.22$$

$$\sum y = 161.3 + 133.5 + \dots + 21.3 = 779.4$$

$$\sum X^2 = 3.246^2 + 2.732^2 + \dots + 0.389^2 \approx 29.091$$

(小数点第4位を四捨五入)

n(サンプル数)=12のデータ

$$\sum Xy = 3.246 \times 161.3 + 2.732 \times 133.5 + \dots + 0.389 \times 21.3 \doteq 1465.1$$

(小数点第2位を四捨五入)

よって、

$$a = \frac{n \sum Xy - (\sum X)(\sum y)}{n \sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{12 \times 1465.1 - 15.22 \times 779.4}{12 \times 29.09 - 15.22^2} = \frac{5718.732}{17343.5516}$$

$\doteq 48.7$

(小数点第2位を四捨五入)

$$b = \frac{\sum y - a \sum X}{n} = \frac{779.4 - 48.7 \times 15.22}{12} = \frac{38.186}{12} \doteq 3.19$$

(小数点第3位を四捨五入)

したがって、求めたい回帰曲線は、

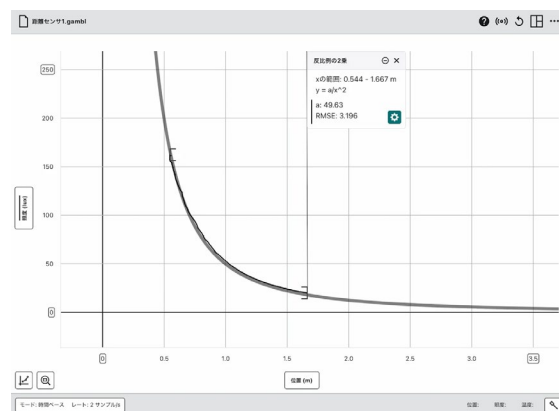
$$y = \frac{48.7}{x^2} + 3.19$$

< 考察 >

右のグラフは、Graphical Analysisにより

算出した回帰曲線である。曲線の式は、

$y = \frac{49.63}{x^2}$ となっていることが分かる。



計算して求めた曲線は、Graphical

Analysisで求めた曲線と近い値である

ことが分かった。得られた実験結果より、光

の強度と光源からの距離の関係を示す曲

線が $y = \frac{1}{x^2}$ に正確にフィットした。光に関す

る「逆二乗の法則」が成立していることが

確かめられたと言える。

< 発展 >

① 計算で求めた b の値は、どのようにすれば変化させることができるのか。

② 計算で求めた a の値は、どのようにすれば変化させることができるのか。

③ モーションセンサの代わりに

E31-8200-01/02 ワイヤレスセンサーカート GDX-CART-G/Y を使用しても同じように実験することができるのか。



【微分により求められるもの(台車)】

使用するセンサ：E31-8200-01,02 ワイヤレスセンサカートGDX-CART-G,Y

斜面を往復する台車の運動データを用いて微分により求められるものを考える

内容

①センサカートを斜面に対して上る方向に押し出し、戻ってくるデータ (X軸：時間、Y軸：位置) を測定する。

②位置の値をY、時間をXとしてYの方程式について、ソフトで範囲を選択して回帰曲線を求める。

(例) $Y = -0.23X^2 + 1.07X - 0.8$ ※小数点第二位まで

③求めた方程式を手計算で微分する。

(例) $Y' = -0.46X + 1.07$ ※小数点第二位まで

④微分した式(Y')に任意のXを代入して値を求める。

⑤ X軸：時間、Y軸：速度のグラフをリストで示して、求めた(Y')の値とソフトの速度の値を比較して値が一致することを確認する。

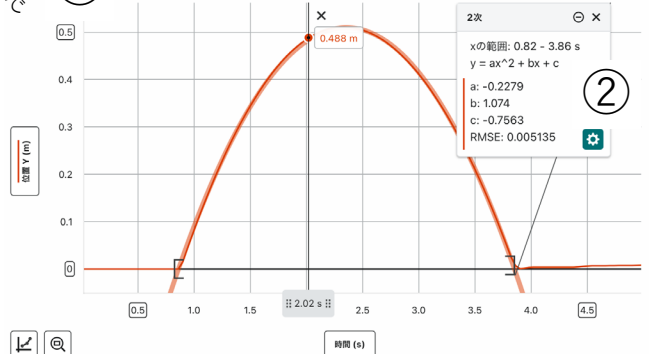
⑥何回か④と⑤を繰り返しそれぞれの時間(X地点)について確認する。



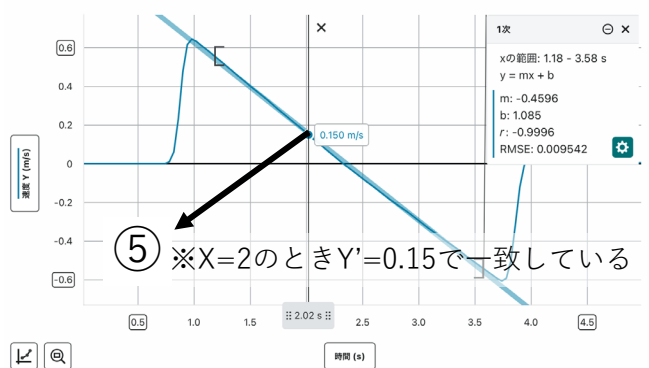
【斜面を往復する様子】

【X軸：時間、Y軸：位置】

①



②



⑤ ※X=2のときY'=0.15で一致している

【X軸：時間、Y軸：速度】

気付き

微分したことによりそれぞれの時間 (X地点) についてグラフの傾きを求めることができ、その傾きの値はそれぞれの時間 (X地点) の速度を示していることに気付くことができる。このことから微分は瞬間の変化の値を求められるものであることでの理解を深めることができる。

発展

微分した式(Y')についてY'=0となるときのXの値を求め、その時に(X軸：時間、Y軸：位置)のグラフの増減が変化することに気付く。それにより三次関数のグラフを描く際にも微分が必要であることに繋げる。



【積分により求められるもの(台車)】

使用するセンサ：E31-8200-01,02 ワイヤレスセンサカートGDX-CART-G,Y

平面を走行する速度と距離の関係を積分で確認する。

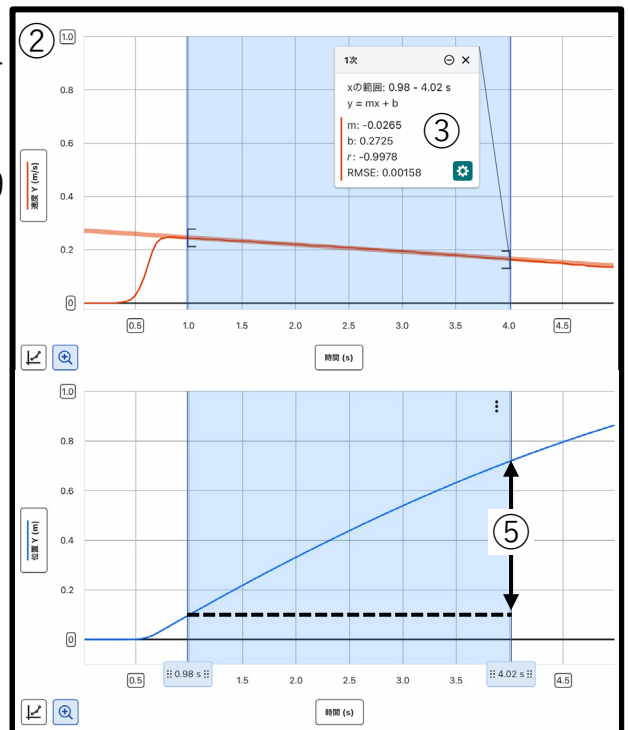
内容

- ①センサカートを平面に対して押し出すデータを測定する。
- ②次の2つのグラフを表示する。
 - X軸：時間、Y軸：速度(上部)
 - X軸：時間、Y軸：位置(下部)
- ③速度の値をY、時間をXとして
Yの方程式についてソフトで任意の範囲を選択して一次方程式を求める。
(例) $Y = -0.03X + 0.27$ ($1 \leq X \leq 4$) ※小数点第二位まで
- ④求めた方程式を手計算で積分する。
(例) $\int_1^4 (-0.03X + 0.27) dx = 0.59$
※小数点第二位まで
- ⑤ $1 \leq X \leq 4$ で移動した距離を $X=4$ 、 $X=1$ それぞれの位置の差で求める。
(例) 位置0.69($X=4$ のとき) と
位置0.1($X=1$ のとき) の差は0.59
- ⑥積分して求めた面積と移動した距離
(位置の差)を比較し、値が一致することを確認する。
- ⑦他の範囲を選択して③から⑥を
繰り返し値が一致するか確認する。



【平面を走行する様子】

【上部：X軸：時間、Y軸：速度】



【下部：X軸：時間、Y軸：位置】

気付き

積分した値と位置について、それぞれの時間 (X地点) で比較することにより、常に一致することに気付くことができる。このことから積分は微小な量 (瞬間の速度で移動した量) の総和 (移動した量の合計) を示していることの実験を深めることができる。